

閉ループリンク解析と数理最適化を組み合わせた 汎用的ヒンジ接合展開構造設計法の開発

Development of generalized hinge joint design method combining closed-loop linkage analysis and optimization

和多田 遼 (Watada Ryo)

1. はじめに

隣り合う部材の間を傾斜したヒンジ軸（図 1）でつなぐヒンジ接合骨組は、建築分野の展開構造に応用した場合、従来の他のシステムと比較して、構造物の軽量化、故障リスクの低減、製作コストや環境負荷の低減が期待できる（図 2）。少数の部材を同数のヒンジ等で接合した図 3 のような構造は閉ループリンクと呼ばれる。建築展開構造にヒンジ接合を用いたものには、既知の代表的閉ループリンクのパターンを組み合わせた提案は過去にも存在するが、任意の部材数や形状に適用できる設計方法の確立には至っていない。

本研究では、少ない変数で展開可能な同骨組の新たな設計法を構築する。環状に閉じた並びで接合されたリンク機構に成り立つ閉ループ方程式を導出し、また座屈分岐解析の手法にならない、新たに「閉ループポテンシャル」を定義する。提案する手法は、従来の閉ループリンクの解析に求められていた技巧的な代数処理が不要であり、数式処理ソフトウェアと数理最適化を用いた汎用的な処理が可能である。本研究により、建築構造で対象とする任意の部材数や形状、また建築構造特有の支点拘束にも対応可能な、汎用的なヒンジ接合骨組の設計法を開発する。

2. 研究の方法

本研究では、新しい閉ループリンクの解析手法を提案し、任意の形状・部材数・支点条件を含む中大規模の骨組にも適用できる汎用的なヒンジ接合骨組の設計法を開発する。機械・ロボット工学分野において、ヒンジで接合された一連の部材の運動を記述する一



図 1 ヒンジ接合



図 3 閉ループリンクの例

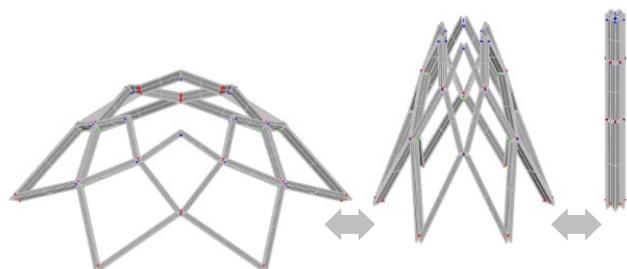


図 2 ヒンジ接合骨組の建築構造物への応用

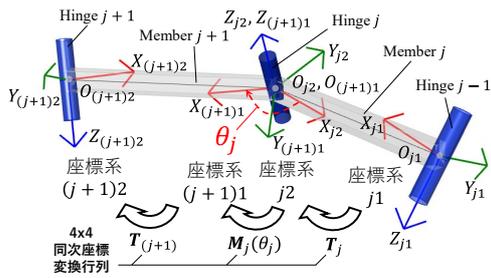


図 4 同次座標変換行列

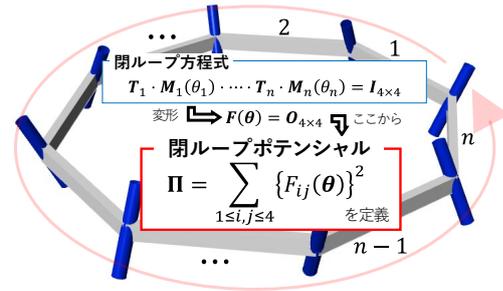


図 5 閉ループ方程式と閉ループポテンシャル

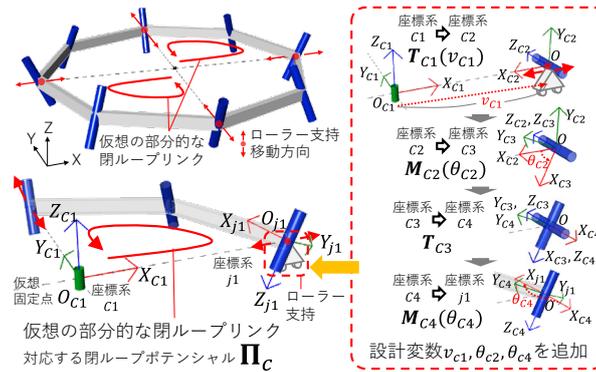


図 6 ローラー支点拘束を表現する追加の仮想閉ループリンク

一般的な方法に、同次座標変換行列による表記がある (図 4)。ここに、各部材の始端及び終端には、局所 Z 軸方向がヒンジ軸方向を向き、かつ部材の材軸が局所 ZX 平面内に含まれるような局所座標系がそれぞれ設けられている。このとき、ある部材 j の始端局所座標系 $j1$ を同部材の終端局所座標系 $j2$ に変換するための 4×4 の同次座標変換行列 T_j が一意に定まる。また、ヒンジ軸を共有するある部材の端部局所座標系 $j2$ から別の部材の端部局所座標系 $(j+1)1$ への変換は、ヒンジの回転角 θ_j を変数とする 4×4 行列 $M_j(\theta_j)$ で表現できる。閉ループリンクを構成する条件は、これらの全ての変換行列の積が 4×4 の単位行列となることである。これを閉ループ方程式と呼ぶ (図 5)。

本研究では、閉ループ方程式を構成する非線形の連立方程式を直接代数操作する代わりに、これらの連立方程式に含まれる関数を 2 乗和して得られる閉ループポテンシャル Π を定義する (図 5)。 Π は θ の関数であり、 θ 全域で 0 以上の関数である。一方、展開可能な骨組ならば、その展開経路として、 $\Pi = 0$ を満たす θ の連なりが存在する。以上より、展開経路の探索は Π の最小化問題として扱え、数理最適化手法を活用できる。なお、建築の展開構造で必要不可欠な支点拘束条件は、これらの支点拘束を含む仮想の部分的な閉ループリンクに対応する閉ループポテンシャルの追加により考慮できる (図 6)。

3. 研究の進捗と今後の課題

本研究で提案する手法の妥当性を検証するために、2 種類の傾斜角のヒンジが軸対象に交互に並ぶ、支点拘束の無い正 8 角形閉ループリンク (図 7 左上) に本手法を検証した。各ヒンジの回転角を表す 8 成分からなる θ に対し、閉ループポテンシャルの初期点におけるヘッセ行列 H を導出し固有値解析すると、零固有値の重複度は 3、対応する固有ベクトル η_1, η_2, η_3 と対応する各ヒンジ位置の θ のパターンは図 6 上段の通りであった。こ

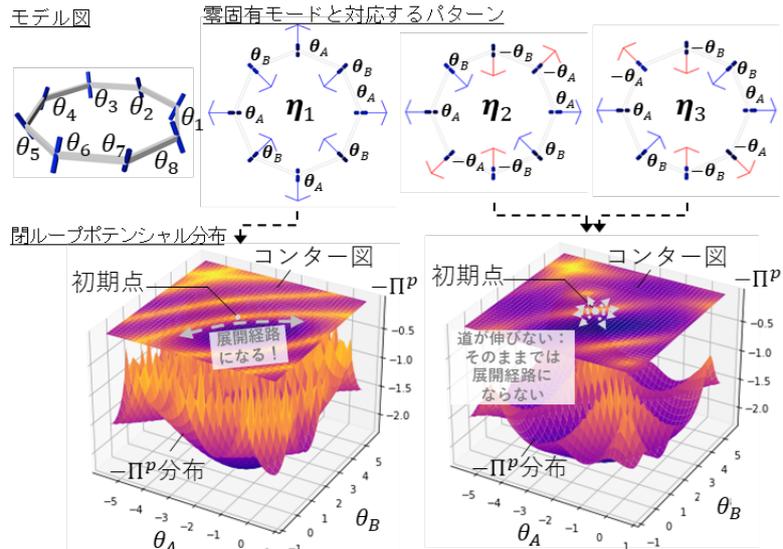


図 7 拘束無し正 8 角形閉ループの零固有値に対応する各固有モードのパターン、および対応する閉ループポテンシャルの分布形状

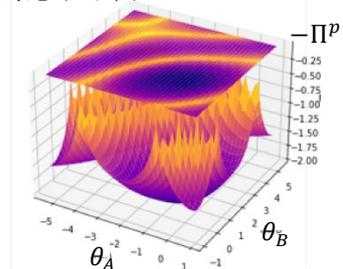


図 8 Bricard Linkage の零固有モードパターンに対応する閉ループポテンシャルの分布形状

れらはいずれも二つのパラメータ θ_A, θ_B で表現できるため、3 パターンそれぞれについて、 θ_A, θ_B を横軸、対応する Π の値を縦軸にして、その分布形状とコンター図を図 7 下段に示す(ただし Π は $p = 0.2$ で累乗し、負号を付け上下を反転させている)。同図から分かるように、 η_1 によるパターンでは、初期点から伸びる $\Pi = 0$ の経路が明瞭に確認できるが、 η_2 や η_3 によるパターンでは見られない。従って、 η_2 や η_3 は展開経路のモードとはならないことが確認できる。

同様の検証を正 6 角形の 1 自由度閉ループリンクとして知られる Bricard Linkage に適応した。閉ループポテンシャル Π の初期点におけるヘッセ行列の零固有値の重複度は 1 であり、対応する固有ベクトルにより表現される各ヒンジ位置のパターンは $\theta_1 = \theta_3 = \theta_5 = \theta_A, \theta_2 = \theta_4 = \theta_6 = \theta_B$ で表現できる。閉ループポテンシャル Π のこれら 2 変数による分布は図 8 のようになり、 $\Pi = 0$ を満たす経路を Π の分布から確認することができる。今後は、上記の手法により列挙された経路の候補方向に釣合い経路探索を行い、効率的に展開経路を生成する方法を構築予定である。

参考文献

[1] W. W. Gan and S. Pellegrino. Closed-loop deployable structures. *Collection of Technical Papers - AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, Vol. 1, No. February, pp. 480–488, 2003.