解答はすべて解答用紙の指定された場所に記入すること．1 は必答問題である．2, 3 は選択問題である．2, 3 のいずれか 1 問のみ選択し解答せよ．

1.　【必答問題：マーク式】次の空欄の**ア**, **イ**, **ウ**, ⋯⋯ に対応する数値または符号 (−) をマークせよ．

(1)　連立不等式 $\begin{cases} |x-2| \leqq 2 & \cdots\cdots ① \\ x^2-8x+15 \geqq 0 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ を満たす x の値の範囲を考える．①を満たす x の値の範囲は $\boxed{\text{ア}} \leqq x \leqq \boxed{\text{イ}}$ であり，②を満たす x の値の範囲は $x \leqq \boxed{\text{ウ}}$, $\boxed{\text{エ}} \leqq x$ であるから，求める x の値の範囲は $\boxed{\text{オ}} \leqq x \leqq \boxed{\text{カ}}$ である．

(2)　$-1 \leqq x \leqq 2$ で定義された関数 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 10$ の最大値と最小値を求める．$f'(x) = 3\left(x - \boxed{\text{キ}}\right)\left(x - \boxed{\text{ク}}\right)$ である $\left(\text{ただし，} \boxed{\text{キ}} < \boxed{\text{ク}}\right)$．

よって，最大値は $\boxed{\text{ケコ}}$，最小値は $\boxed{\text{サシ}}$ である．

(3)　$0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ で定義された関数 $y = 2\sqrt{3}\sin\theta\cos\theta + 2\cos^2\theta$ の最大値および最小値を求める．y を変形すると

$$\begin{aligned} y &= 2\sqrt{3}\sin\theta\cos\theta + 2\cos^2\theta \\ &= \sqrt{\boxed{\text{ス}}}\sin 2\theta + \cos 2\theta + \boxed{\text{セ}} \\ &= \boxed{\text{ソ}}\sin\left(2\theta + \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}\pi\right) + \boxed{\text{セ}} \end{aligned}$$

となる．ただし，$0 \leqq \dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}\pi < 2\pi$ とする．よって，$\theta = \dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}\pi$ のとき最大値 $\boxed{\text{ト}}$ をとり，$\theta = \dfrac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}\pi$ のとき最小値 $\boxed{\text{ヌ}}$ をとる．

(4)　k を実数とし，i を虚数単位とする．複素数を係数とする x の 2 次方程式

$$(1+i)x^2-(5+ki)x+2(3+ki)=0 \quad \cdots\cdots(*)$$

は複素数の範囲に 2 個の解をもつことが知られている．ただし，2 重解は 2 個の解と考える．この方程式が実数解をもつような k の値と，そのときの解をすべて求める．

方程式 $(*)$ を i について整理すると，

$$\left(x^2-\boxed{\text{ネ}}x+\boxed{\text{ノ}}\right)+\left(x^2-kx+\boxed{\text{ハ}}k\right)i=0$$

となる．実数解 x に対し，$x^2-\boxed{\text{ネ}}x+\boxed{\text{ノ}}$ と $x^2-kx+\boxed{\text{ハ}}k$ は実数であるから，

$$x^2-\boxed{\text{ネ}}x+\boxed{\text{ノ}}=0 \quad \cdots\cdots① \qquad x^2-kx+\boxed{\text{ハ}}k=0 \quad \cdots\cdots②$$

が成り立つ．①を解くと $x=\boxed{\text{ヒ}}, \boxed{\text{フ}}$ である．ただし，$\boxed{\text{ヒ}}<\boxed{\text{フ}}$ とする．

$x=\boxed{\text{ヒ}}$ のときは，②を満たさないため不適である．$x=\boxed{\text{フ}}$ のときは，②より $k=\boxed{\text{ヘ}}$ であるから，方程式 $(*)$ は $k=\boxed{\text{ヘ}}$ のときに実数解 $x=\boxed{\text{フ}}$ をもつ．

以上のことから，$k=\boxed{\text{ヘ}}$ のとき，方程式 $(*)$ は

$$\left(x-\boxed{\text{フ}}\right)\left\{(1+i)x-\boxed{\text{ホ}}-\boxed{\text{マ}}i\right\}=0$$

と変形できる．すなわち，方程式 $(*)$ は実数解 $x=\boxed{\text{フ}}$ の他に，虚数解

$$x=\frac{\boxed{\text{ホ}}+\boxed{\text{マ}}i}{1+i}=\boxed{\text{ミ}}+\boxed{\text{ム}}i$$

をもつことがわかる．

2.　【選択問題：記述式】

座標平面において，点 T$(1,1)$ を通る円 $C: x^2+y^2=r^2$ と，円 C に点 T で接する直線 ℓ がある．ただし，r は正の定数とする．また，点 T を通る放物線 $P: y=ax^2+bx+8$ があり，直線 ℓ は点 T における放物線 P の接線となっている．ただし，a, b は定数とし，$a>0$ とする．このとき，以下の各問に答えよ．

(ただし, 結果のみでなく途中の式や説明なども書くこと)

(1)　r の値を求めよ．

(2)　直線 ℓ の傾きを求めよ．

(3)　a, b の値をそれぞれ求めよ．

(4)　$x \geqq 0$ かつ $y \geqq 0$ となる範囲において，円 C と放物線 P，y 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ．

3.　【選択問題（数 III の範囲を含む）：記述式】

関数 $f(x) = \cos 2x$ がある．座標平面上の $y = f(x)$ のグラフを C とし，

点 $\left(\dfrac{\pi}{4},\ f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)\right)$ における曲線 C の接線を ℓ とする．このとき，

以下の各問に答えよ.

(ただし, 結果のみでなく途中の式や説明なども書くこと)

(1)　$f(x)$ を微分せよ.

(2)　接線 ℓ の方程式を求めよ.

(3)　曲線 C と接線 ℓ， y 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ.