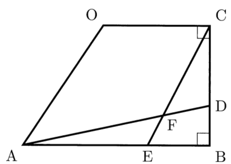
解答はすべて解答用紙の指定された場所に記入すること．1 は必答問題である．2, 3 は選択問題である．2, 3 のいずれか 1 問のみ選択し解答せよ．

1.　【必答問題：マーク式】次の空欄の**ア**, **イ**, **ウ**, $\cdots\cdots$ に対応する数値または符号 $(-)$ をマークせよ．

(1)　台形 OABC が OC // AB，$\angle\mathrm{B} = \angle\mathrm{C} = 90^\circ$，$\left|\overrightarrow{\mathrm{OC}}\right| = 4$，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}} = -12$ を満たしている．辺 BC を $1:2$ に内分する点を D，辺 AB を $2:1$ に内分する点を E とし，線分 AD と線分 CE の交点を F とする．$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OF}}$ を $\vec{a}$ と $\vec{c}$ を用いて表すことを考える．

点 O から辺 AB に垂線 OH を下ろす．実数 k を用いて $\overrightarrow{\mathrm{AH}} = k\vec{c}$ と表すと，$\overrightarrow{\mathrm{OH}} \perp \overrightarrow{\mathrm{OC}}$ より $k = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ となる．よって $\overrightarrow{\mathrm{AE}} = \dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\vec{c}$ である．また，メネラウスの定理より $\dfrac{\mathrm{EF}}{\mathrm{FC}} = \dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である．よって，$\overrightarrow{\mathrm{OF}} = \dfrac{\boxed{\text{キ}}\vec{a} + \boxed{\text{ク}}\vec{c}}{\boxed{\text{ケ}}}$ と表される．



(2)　数列 $\{a_n\}$ は，すべての項が正の実数であり，初項から第 n 項までの和 S_n が

$$S_n = \frac{1}{12}a_n^2 + \frac{1}{2}a_n - \frac{4}{3}$$

と表されている．

$S_1 = a_1$ より $a_1 = \boxed{\text{コ}}$ である．また，$S_{n+1} - S_n = a_{n+1}$ より

$a_{n+1}^2 - a_n^2 = \boxed{\text{サ}}(a_{n+1} + a_n)$ が成り立つ．このとき，$a_{n+1} + a_n > 0$ であるから

$a_{n+1} - a_n = \boxed{\text{シ}}$ を得る．ゆえに，数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n = \boxed{\text{シ}}n + \boxed{\text{ス}}$

である．よって，S_n を n で表すと $S_n = n\left(\boxed{\text{セ}}n + \boxed{\text{ソ}}\right)$ であり，$S_n > 830$

となる最小の n は $n = \boxed{\text{タチ}}$ である．

(3)　a を正の実数とし，座標平面上にある次の 2 つの円を考える．

$$x^2+y^2=64 \quad \cdots\cdots ① \qquad x^2+y^2-10ax+16a^2=0 \quad \cdots\cdots ②$$

①は原点を中心とする半径 $\boxed{\text{ツ}}$ の円であり，②は点 $\left(\boxed{\text{テ}}\,a, 0\right)$ を中心とする半径 $\boxed{\text{ト}}\,a$ の円である．2 つの円の中心間の距離は $\boxed{\text{テ}}\,a$ であるから，2 つの円が 2 点で交わるような a の値の範囲は $\boxed{\text{ナ}} < a < \boxed{\text{ニ}}$ となる．$\boxed{\text{ナ}} < a < \boxed{\text{ニ}}$ のとき，2 つの円の 2 交点を通る直線を ℓ とすると，ℓ は y 軸に平行である．①と② より，ℓ の方程式は $x=\dfrac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}\left(a+\dfrac{\boxed{\text{ノ}}}{a}\right)$ となる．直線 ℓ と y 軸の距離が最小となるのは $a=\boxed{\text{ハ}}$ のときであり，そのときの ℓ の方程式は $x=\dfrac{\boxed{\text{ヒフ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$ である．

2.　【選択問題：記述式】

関数 $f(x)=-(x-4)(x^2+x+4)$ がある．座標平面上の $y=f(x)$ のグラフを C とするとき，以下の各問に答えよ．

(ただし，結果のみでなく途中の式や説明なども書くこと)

(1)　$f(x)$ の増減を調べ，極値を求めよ．

(2)　C と x 軸，y 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ．

(3)　c を $0<c<4$ を満たす実数とする．4 点 O$(0,0)$, A$(4,0)$, B$(4,f(c))$, C$(0,f(c))$ に対して，長方形 OABC の面積が S に等しいとき，c の値を求めよ．

3.　【選択問題（数 III の範囲を含む）：記述式】

$x > 0$ で定義された関数 $f(x) = x^2 + \dfrac{9}{x^2} - 10$ がある．座標平面上の $y = f(x)$ のグラフを C とするとき，以下の各問に答えよ．

(ただし, 結果のみでなく途中の式や説明なども書くこと)

(1)　$f(x)$ を微分せよ．

(2)　$f(x)$ の増減を調べ，極値を求めよ．

(3)　$f(x) = 0$ となる x の値をすべて求めよ．

(4)　C と x 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ．