

## 数 学

解答はすべて解答用紙の指定された場所に記入すること。

次の空欄のア、イ、ウ、…… に対応する数または符号 (-) をマークせよ。

1. 自然数の集合を全体集合とし、その部分集合を

$$P = \{x \mid x \text{ は } 4 \text{ で割り切れる自然数}\}$$

$$Q = \{x \mid x \text{ は } 6 \text{ で割り切れる自然数}\}$$

とし

$$A = \{x \mid x \text{ は } 12 \text{ で割り切れる自然数}\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ は } 4 \text{ でも } 6 \text{ でも割り切れない自然数}\}$$

$$C = \{x \mid x \text{ は } 2 \text{ でも } 3 \text{ でも割り切れるが, } 4 \text{ では割り切れない自然数}\}$$

$$D = \{x \mid x \text{ は } 4 \text{ または } 6 \text{ の少なくとも一方で割り切れない自然数}\}$$

とする。このとき

$$A = \boxed{\text{ア}}, B = \boxed{\text{イ}}, C = \boxed{\text{ウ}}, D = \boxed{\text{エ}}$$

である。ただし、 $\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{エ}}$  は下記の解答群から選ぶこと。ただし、同じものを繰

り返し選んでもよい。

①  $P \cup Q$       ②  $P \cup \bar{Q}$       ③  $\bar{P} \cup Q$       ④  $\bar{P} \cup \bar{Q}$

⑤  $P \cap Q$       ⑥  $P \cap \bar{Q}$       ⑦  $\bar{P} \cap Q$       ⑧  $\bar{P} \cap \bar{Q}$

2. 0, 1, 1, 2, 2, 2, 3 の7つの数字を並べかえて作られる7桁の数のうち、偶

数と奇数がそれぞれ何通りできるかを求めたい。

まず、偶数となるのは一の位が0か2のときである。一の位が0である7桁の数は

全部で  $\boxed{\text{オカ}}$  通り作ることができ、一の位が2である7桁の数は全部で  $\boxed{\text{キクケ}}$

通りあるから、7桁の偶数は全部で  $\boxed{\text{コサシ}}$  通りある。

7桁の奇数は、7桁の数の総数から7桁の偶数の個数を引いた個数だけあるから、

7桁の奇数は全部で  $\boxed{\text{スセソ}}$  通りある。

3.  $\triangle ABC$ において、 $AB = 5$ ,  $BC = 6$ ,  $CA = 3$ とする.

$\angle BAC$ の二等分線と辺  $BC$ の交点を  $D$ とすると、

$$\frac{BD}{DC} = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

である.

$\angle ABC$ の二等分線と線分  $AD$ の交点を  $I$ とする. このとき、 $BD = \frac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ であり、

$$\frac{AI}{ID} = \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$$

である.

さらに、 $\angle ABC$ の二等分線と辺  $CA$ の交点を  $E$ とする. このとき

$$\frac{BI}{IE} = \frac{\boxed{\text{ヌネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$$

である.

4.  $x$ が  $1 < x$ の範囲の値をとるとき、関数  $f(x) = \int_1^x |t^2 - xt| dt$ を最小にする  $x$ の値とそのときの最小値を求めたい.

$1 < x < \boxed{\text{ハ}}$ のとき

$$f(x) = \frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}} x^3 - \frac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}} x + \boxed{\text{マ}}$$

であり、 $\boxed{\text{ハ}} \leq x$ のとき

$$f(x) = \frac{\boxed{\text{ミ}}}{\boxed{\text{ム}}} x - \frac{\boxed{\text{メ}}}{\boxed{\text{モ}}}$$

である.

よって、 $f(x)$ は  $x = \sqrt{\frac{\boxed{\text{ヤユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}}}$ のとき最小となり、

その最小値は  $\frac{\boxed{\text{ヲリ}}}{\boxed{\text{ロ}}}\sqrt{\frac{\boxed{\text{ルレ}}}{\boxed{\text{レ}}}} + \boxed{\text{ワ}}$ である.