数学

設問		解答	配点
1	ア	2	2
	イ	5	
	ウ	4	2
	エ	5	
	オ	6	2
	カ	5	4
	キ	1	
	ク	4	4
	ケ	5	

設問		解答	配点
1	コ	5	4
	サ	5	3
	シ	4	3
	ス	0	2
	セ	−	2
	ソ	3	
	タ	2	5
	チ	3	

設問		解答	配点
1	ツ	5	5
	テ	4	
	ト	1	4
	ナ	4	
	ニ	2	4
	ヌ	1	4
	ネ	6	4

設問		解答	配点
1	ノ	2	6
	ハ	4	
	ヒ	1	5
	フ	4	
	ヘ	4	
	ホ	1	5
	マ	2	
	ミ	0	

2　(30点)

8点

(1) $y = 4x^2 - 18x + 21$

$$= 4\left(x^2 - \frac{9}{2}x\right) + 21 = 4\left(x - \frac{9}{4}\right)^2 + \frac{3}{4}$$

よって，C_1 の頂点の座標は $\left(\frac{9}{4}, \frac{3}{4}\right)$ なので，$a = \frac{9}{4}$, $b = \frac{3}{4}$

8点

(2) $y = x^2 - 3x + k = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + k$

C_2 が直線 $y = \frac{3}{4}$ と接するので，C_2 の頂点の y 座標は $\frac{3}{4}$ である．

よって，$-\frac{9}{4} + k = \frac{3}{4}$ を解いて $k = 3$

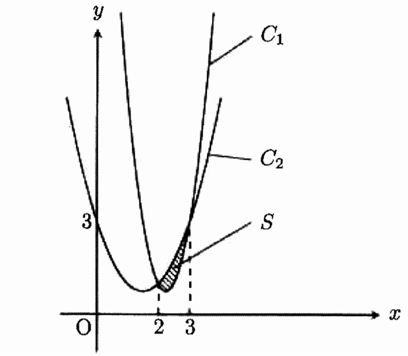
4点

(3) C_1 と C_2 の共有点の x 座標は

$$4x^2 - 18x + 21 = x^2 - 3x + 3$$
$$3x^2 - 15x + 18 = 0$$
$$x^2 - 5x + 6 = 0$$
$$(x-2)(x-3) = 0$$
$$\therefore\ x = 2,\ 3$$

10点

(4) S は図の斜線部分の面積である



$$S = \int_2^3 \{(x^2 - 3x + 3) - (4x^2 - 18x + 21)\}\,dx$$
$$= \int_2^3 (-3x^2 + 15x - 18)\,dx$$
$$= \left[-x^3 + \frac{15}{2}x^2 - 18x \right]_2^3$$
$$= -(27-8) + \frac{15}{2}(9-4) - 18(3-2)$$
$$= \frac{1}{2}$$

3　(30点)

12点

(1) $f(x) = g(x)$

$2\sqrt{x} = 2x - 4$

$\sqrt{x} = x - 2$　$\cdots\cdots$①

両辺を 2 乗して

$x = x^2 - 4x + 4$

$x^2 - 5x + 4 = 0$

$(x-1)(x-4) = 0$

$\therefore\ x = 1,\ 4$

①より $x \geqq 2$ なので $x = 4$

よって，$f(4) = 2\sqrt{4} = 4$ より

$\mathrm{P}(4, 4)$

8 点

(2) $f(x) = 2\sqrt{x} = 2x^{\frac{1}{2}}$　　$f'(x) = x^{-\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

$f'(4) = \dfrac{1}{\sqrt{4}} = \dfrac{1}{2}$

$\mathrm{P}(4, 4)$ を通るので，m の方程式は

$y = \dfrac{1}{2}(x - 4) + 4$

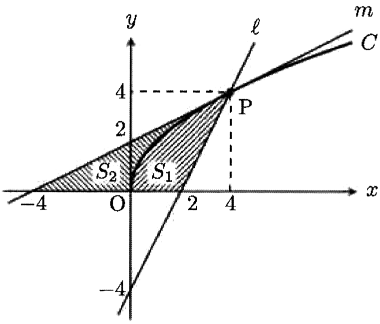
$\therefore\ y = \dfrac{1}{2}x + 2$

10点

(3) ℓ と x 軸の交点の x 座標は　$2x-4=0$　$\therefore x=2$

m と x 軸の交点の x 座標は　$\frac{1}{2}x+2=0$　$\therefore x=-4$

S_1 と S_2 は図の斜線部分の面積である.



$$S_1=\int_0^4 2\sqrt{x}\,dx-\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 4$$
$$=\int_0^4 2x^{\frac{1}{2}}\,dx-4$$
$$=\left[\frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}}\right]_0^4-4$$
$$=\frac{4}{3}\cdot 8-4=\frac{20}{3}$$

$$S_2=\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 4-S_1$$
$$=12-\frac{20}{3}=\frac{16}{3}$$

以上より，$\dfrac{S_2}{S_1}=\dfrac{\frac{16}{3}}{\frac{20}{3}}=\dfrac{4}{5}$