

解答はすべて解答用紙の指定された場所に記入すること。

次の空欄のア, イ, ウ, …… に対応する数値または符号 (−) をマークせよ。

1. (1) $2\log_2 x + \log_3 y^3 = 6$, $\log_4 x - \log_3 y = 5$ であるとき, $\log_2 x =$,

$\log_3 y =$ であるから, $x =$, $y = \frac{1}{\text{カ}}$ である。

(2) $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1} + \frac{1}{-\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1} + \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2} + 1} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1}$
 $=$ $+$ $\frac{\sqrt{\text{ク}} + \sqrt{\text{ケ}}}{\text{コ}}$ である。ただし, $\text{ク} > \text{ケ}$ とする。

2. 表1は, ある学生6人の50m走のタイム x (秒) とやり投げの飛距離 y (m)

の記録である。50m走のタイムの平均値は7.2(秒)だった。このとき, 1番の学生

の50m走のタイムは $a =$. (秒) であり, この6人の50m走のタイ

ムの分散は0. である。また, やり投げの飛距離の平均値は (m) で

ある。

表1 50m走のタイムとやり投げの飛距離

番号	1	2	3	4	5	6
x (秒)	a	7.2	7.3	7.2	6.9	7.9
y (m)	41	33	35	38	44	25

次に, 学生の人数を増やして, 40人の50m走のタイム x (秒) とやり投げの飛距離

y (m) の記録をとったところ, x の標準偏差が0.4, y の標準偏差が7.5, x と y の

共分散が1.56となった。このとき, x と y の相関係数は0. である。

3. $\triangle OAB$ について、 $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$ とおくと $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$ であり、

$\angle AOB = \theta$ とおくと $\cos \theta = \frac{1}{3}$ である。このとき、 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{\text{テ}}$ であり、また、

$\triangle OAB$ の面積は $\boxed{\text{ト}} \sqrt{\boxed{\text{ナ}}}$ である。

$t > 0$ とする。点 P は線分 OA を $t : 2$ に内分する点とし、点 Q は線分 OB を $3 : t$

に内分する点とする。線分 AQ と線分 BP の交点を R とし、直線 OR と直線 AB の

交点を S とする。

(1) $t = 1$ のとき、 $AS : BS$ を最も簡単な整数の比で表すと $\boxed{\text{ニ}} : \boxed{\text{ヌ}}$ であ

る。このことから、 $\vec{OR} = \frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}} \vec{OS}$ とわかる。

(2) \vec{OS} は t を用いて、 $\vec{OS} = \frac{t^2 \vec{a} + \boxed{\text{ハ}} \vec{b}}{t^2 + \boxed{\text{ハ}}}$ と表される。 \vec{AB} と \vec{OS} が垂直とな

るのは、 \vec{AB} と $(t^2 \vec{a} + \boxed{\text{ハ}} \vec{b})$ が垂直となるときであるので、 $t = \frac{\boxed{\text{ヒ}} \sqrt{\boxed{\text{フハ}}}}{\boxed{\text{ホ}}}$

のときである。

4. 下図左のように、1 辺の長さが 1 の立方体を、上から 1 個、 2^2 個のように 2 段

に積み重ねた、高さが 2 の立体を考え、その体積を V_1 とする。次に下図中央のよう

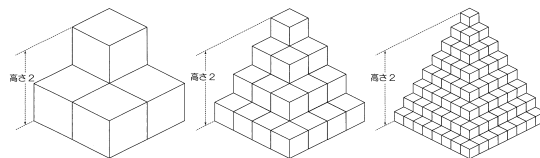
に、1 辺の長さが $\frac{1}{2}$ の立方体を、上から 1 個、 2^2 個、 3^2 個、 4^2 個のように 2² 段に

積み重ねた、高さが 2 の立体を考え、その体積を V_2 とする。以下同様に、1 辺の長

さが $\frac{1}{2^{n-1}}$ の立方体を、上から 1 個、 2^2 個、 3^2 個、 \dots 、 $(2^n)^2$ 個のように 2ⁿ 段に

積み重ねた、高さが 2 の立体を考え、その体積を V_n とする。下図右は $n = 3$ のとき

の図である。



このとき、 $V_1 = \boxed{\text{マ}}$, $V_2 = \frac{\boxed{\text{ミム}}}{\boxed{\text{メ}}}$, $V_3 = \frac{\boxed{\text{モヤ}}}{\boxed{\text{ユヨ}}}$ である。

(問題は 12 ページに続く)

$$V_n \text{ を求め、} 2^n = \alpha \text{ において整理すると、} V_n = \frac{\boxed{\text{ラ}}}{\boxed{\text{リ}}} + \frac{\boxed{\text{ル}} \left(\alpha + \frac{1}{\boxed{\text{レ}}} \right)}{\alpha^2}$$

とかけるので、 $V = \lim_{n \rightarrow \infty} V_n$ とおくと、 $V = \frac{\boxed{\text{ラ}}}{\boxed{\text{リ}}}$ である。

ここで、 $V_n - V = \frac{\boxed{\text{ル}} \left(\alpha + \frac{1}{\boxed{\text{レ}}} \right)}{\alpha^2}$ について考える。

不等式 $\frac{\boxed{\text{ル}}(\alpha + 0)}{\alpha^2} < \frac{\boxed{\text{ル}} \left(\alpha + \frac{1}{\boxed{\text{レ}}} \right)}{\alpha^2} < \frac{\boxed{\text{ル}}(\alpha + \alpha)}{\alpha^2}$ が成り立つことから、

$2^{\boxed{\text{ロ}}}^{-n} < V_n - V < 2^{\boxed{\text{ロ}}}^{-n+1}$ が成り立つ。

$n = 20$ のとき、 $V_{20} - V$ を小数で表すと、小数第 $\boxed{\text{ワ}}$ 位に初めて 0 以外の数が

現れることがわかる。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3$ とする。