

解答記入上の注意

- ・問題番号を必ず記すこと。
- ・解答だけでなく、その導出過程も記述すること。

1. (1) 空欄①と②を埋め、 a に関する二次方程式を導出せよ。

$$AB : BC = BC : CD$$

$$1+a : \text{①} = \text{②} : a$$

配点2点

配点2点

上の①に入る値は 1 , ②に入る値は 1 である

る。この時、 a に関する二次方程式は？

比例式 $1+a : 1 = 1 : a$ から、比例式の内項の積と外項の積は等しいため

$$(1+a) \cdot a = 1 \cdot 1$$

$$\therefore a^2 + a - 1 = 0$$

配点6点

答え a に関する二次方程式 $a^2 + a - 1 = 0$

1. (2) a を求めよ。

配点6点

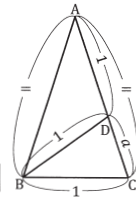
(1)の二次方程式 $a^2 + a - 1 = 0$ から a は次式で与えられる。

$$a = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(-1)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \quad (\because a^2 + a - 1 = 0)$$

但し a は正の値なので、

$$a = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \cong 0.6180$$

答え $a = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \cong 0.6180$



1. (3) $\angle BCD$ は何度になるのか求めよ。

配点10点

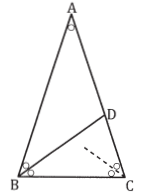
右図から $\angle DAB = \angle BCD / 2$ 、 $\angle ABC = \angle BCD$ であり、

また三角形の内角の和が180度なので

$$180 \text{度} = \angle DAB + \angle ABC + \angle BCD$$

$$= \angle BCD / 2 + \angle BCD + \angle BCD = 2.5 \times \angle BCD$$

$$\therefore \angle BCD = 180 \text{度} / 2.5 = 72 \text{度}$$



答え $\angle BCD = 72 \text{度}$

2. (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{2x+1}{x^2+2x} \cdot \left(\frac{1}{1-3x} - 1 \right) \right\}$

配点8点

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{2x+1}{x^2+2x} \cdot \left(\frac{1}{1-3x} - 1 \right) \right\} = \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{2x+1}{x^2+2x} \cdot \frac{1-(1-3x)}{1-3x} \right\} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2x+1}{x^2+2x} \cdot \frac{3x}{1-3x} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{6x^2+3x}{-3x^3-5x^2+2x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{6x+3}{-3x^2-5x+2} \right) = \frac{3}{2} = 1.5$$

答え 1.5

2. (2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos(3x)}{\sin(x) \cdot \tan(3x)}$

配点8点

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos(3x)}{\sin(x) \cdot \tan(3x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\{1-(3x)^2/2\}}{(x) \cdot (3x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{9x^2/2}{3x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{2} = 1.5$$

答え 1.5

2. (3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^3+4x^2}}{\sqrt{5x+1}-\sqrt{x+1}}$

配点8点

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^3+4x^2}}{\sqrt{5x+1}-\sqrt{x+1}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot \sqrt{x/4+1} \cdot (\sqrt{5x+1}+\sqrt{x+1})}{(\sqrt{5x+1}-\sqrt{x+1}) \cdot (\sqrt{5x+1}+\sqrt{x+1})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot \sqrt{x/4+1} \cdot (\sqrt{5x+1}+\sqrt{x+1})}{(5x+1)-(x+1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot \sqrt{x/4+1} \cdot (\sqrt{5x+1}+\sqrt{x+1})}{4x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x/4+1} \cdot (\sqrt{5x+1}+\sqrt{x+1})}{2} = \frac{\sqrt{1} \cdot (\sqrt{1+1})}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

答え 1

3.(1) A^2

配点7点

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

3.(2) A^3

配点7点

$$A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$$

3.(3) A^n

配点8点

$$A^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2n & 1 \end{pmatrix}$$

3.(4) A の逆行列

配点7点

$$A^{-1} = \frac{1}{1-0} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

4.(1) $\int \frac{1}{x^2-x-2} dx$

配点7点

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{x^2-x-2} dx &= \int \frac{1}{(x-2)(x+1)} dx = \frac{1}{3} \int \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+1} \right) dx \\ &= \frac{1}{3} \int \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+1} \right) dx = \frac{1}{3} (\log|x-2| - \log|x+1|) + C \\ &= \frac{1}{3} \log \left| \frac{x-2}{x+1} \right| + C \end{aligned}$$

4.(2) $\int x^2 \cos(x) dx$

配点7点

$$\begin{aligned} \int x^2 \cos x dx &= \int x^2 (\sin x)' dx = x^2 \sin x - \int (x^2)' \sin x dx + C \\ &= x^2 \sin x - \int 2x (-\cos x)' dx + C = x^2 \sin x + \left(2 \int x (\cos x)' dx \right) + C \\ &= x^2 \sin x + 2 \left\{ x \cos x + \int x' (-\sin x) dx \right\} + C \\ &= x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x + C \end{aligned}$$

4.(3) $\int_0^1 e^{-3x} dx$

配点7点

$$\int_0^1 e^{-3x} dx = \left[-\frac{1}{3} e^{-3x} \right]_0^1 = -\frac{1}{3} e^{-3} + \frac{1}{3}$$