2026 年度　一般編入学（後期）試験　数　学　解答

1. 次の極限値を求めよ. [6 点×3 問=18 点]

(1) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x^4-2x^5}{3x^3-4x^4+5x^5} = \lim_{x\to\infty}\frac{\frac{1}{x}-2}{\frac{3}{x^2}-\frac{4}{x}+5} = -\frac{2}{5}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{3x} = \lim_{x\to 0}\frac{2x}{3x(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})} = \frac{1}{3}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{2x} = \lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{2x\cos x} = \frac{1}{2}$

2. 次の関数をx で微分せよ. ただし, eは自然対数の底, a, b は定数である. [6 点×3 問=18 点]

(1) $y=(2x^2+3)(3x+1)^2$　　$\dfrac{dy}{dx} = 4x(3x+1)^2+(2x^2+3)\cdot 2\cdot 3(3x+1) = 2(3x+1)(12x^2+2x+9)$

(2) $y=\sqrt{x^2-a^2}$　　$\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x}{\sqrt{x^2-a^2}}$　　(3) $y=e^{ax}\sin bx$　　$\dfrac{dy}{dx} = e^{ax}(a\sin bx + b\cos bx)$

3. 次の定積分を求めよ. ただし, eは自然対数の底である. [6 点×3 問=18 点]

(1) $\displaystyle\int_4^9\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx = \left[\frac{2}{3}x^{3/2}+2x^{1/2}\right]_4^9 = 18+6-\frac{16}{3}-4 = \frac{44}{3}$

(2) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{1+\cos x}dx$　　$t=\cos x$ で置換（$dt=-\sin x\,dx$）　$\displaystyle\int_1^0\frac{-1}{1+t}dt = [-\log(1+t)]_1^0 = \log 2$

(3) $\displaystyle\int_0^1\frac{e^x-e^{-x}}{2}dx = \frac{1}{2}[e^x+e^{-x}]_0^1 = \frac{1}{2}\left(e+\frac{1}{e}\right)-1 = \frac{(e-1)^2}{2e}$

4. 次の問に答えよ. [6 点×3+8 点=26 点]

(1) $\vec{a}=(2,3)$, $\vec{b}=(1,6)$, $\vec{c}=(1,3)$ であるとき, $\vec{c}=x\vec{a}+y\vec{b}$ を満たす実数x , y の値を求めよ. [6 点]

$$\begin{cases} 2x+y=1 \\ 3x+6y=3 \end{cases} \qquad x=\frac{1}{3}, \qquad y=\frac{1}{3}$$

(2) $\vec{a}=(4,-2,4)$, $\vec{b}=(3,-6,-2)$ であるとき, ベクトル$\vec{a}$ と$\vec{b}$ のなす角の余弦($\cos\theta$)を求めよ. [6 点]

$$\cos\theta = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} = \frac{4\times 3+(-2)\times(-6)+4\times(-2)}{\sqrt{4^2+(-2)^2+4^2}\cdot\sqrt{3^2+(-6)^2+(-2)^2}} = \frac{16}{6\times 7} = \frac{8}{21}$$

(3) $\vec{a}=(1,k)$ と$\vec{b}=(k+1,6)$が平行であるとき, kを求めよ. [6 点]

$1:k=k+1:6$ より $(k-2)(k+3)=0$ なので, $k=2,-3$

(4) $\vec{a}=(1,1,0)$, $\vec{b}=(1,-1,0)$, $\vec{c}=(x,y,z)$とする. ただし, x,y,zは 0 以上である. $\vec{c}$が$\vec{a}$と$\vec{b}$の両方に垂直で, 大きさがtであるとき, x,y,zを求めよ. [8 点]

$\vec{c}$ と $\vec{a}$ が直交するので, $x+y=0$. $\vec{c}$と$\vec{b}$ が直交するので, $x-y=0$. よって, $x=y=0$.
また, $\vec{c}$ の大きさが t なので, $z^2=t^2$を得る. $z\ge 0$なので, $z=t$.

5. 横幅 2.2mの枠に直径 0.6mの円柱①, ②を水平に置き, その上に直径 1.4mの円柱③を載せた。図に示すように各円柱断面の円の中心を結んでできる三角形$\triangle O_1O_2O_3$ の頂角$\angle O_1O_3O_2$の半角をαとする. 次の問に答えよ. [10 点×2 問=20 点]

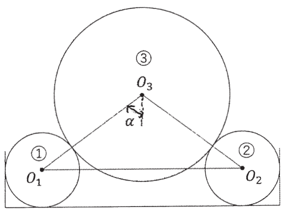
(1) $\sin\alpha$および$\cos\alpha$を求めよ.

$\overline{O_1O_2}$ の中点を Mとする。

$\overline{O_1O_3} = \frac{0.6+1.4}{2} = 1$,　$\overline{O_1M} = \frac{2.2-0.6}{2} = 0.8$

$\sin\alpha = \dfrac{\overline{O_1M}}{\overline{O_1O_3}} = 0.8$

$\cos\alpha = \sqrt{1-0.8^2} = \sqrt{0.36} = 0.6$



(2) $\sin 2\alpha$および$\cos 2\alpha$を求めよ.

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = 0.96$

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 0.36-0.64 = -0.28$