

数 学

2. a を実数とする. 関数

$$f(x) = x^2 - 2(a+1)x - a^2 + 6a$$

解答はすべて解答用紙の指定された場所に記入すること.

次の空欄のア, イ, ウ, …… に対応する数値または符号 (–) をマークせよ.

1. 座標平面において, 2点 A(2, 1) と B(-2, 0) を通る直線を l とする. 直線 l の方

式を $y = ax + b$ とおくと,

$$a = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}, \quad b = \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$$

である. 点 A を通り, l に垂直な直線の方程式を $y = cx + d$ とおくと,

$$c = \frac{\text{オカ}}, \quad d = \frac{\text{キ}}$$

である.

• 点 A が中心で, 原点を通る円の方程式は $x^2 + y^2 - \frac{\text{ク}}{\text{ケ}}x - \frac{\text{ケ}}{\text{ク}}y = 0$ である. こ

の円と x 軸の共有点のうち, 原点と異なる点の座標は $(\frac{\text{コ}}{\text{ク}}, 0)$ である.

• 連立不等式

$$\begin{cases} (ax + b - y)(cx + d - y) \geq 0 \\ x^2 + y^2 - \frac{\text{ク}}{\text{ケ}}x - \frac{\text{ケ}}{\text{ク}}y \leq 0 \end{cases}$$

で表される領域の面積は $\frac{\text{サ}}{\text{シ}}\pi$ である.

を考える.

• 座標平面において, $y = f(x)$ のグラフと y 軸の共有点の y 座標が正であるのは,

$$\frac{\text{ス}}{\text{セ}} < a < \frac{\text{セ}}{\text{ス}}$$

• x がすべての実数を動くとき, 関数 $f(x)$ の最小値は $-\frac{\text{ソ}}{\text{タ}}a^2 + \frac{\text{タ}}{\text{ソ}}a - \frac{\text{チ}}{\text{ソ}}$

である.

• 関数 $g(a)$ を

$$g(a) = -\frac{\text{ソ}}{\text{タ}}a^2 + \frac{\text{タ}}{\text{ソ}}a - \frac{\text{チ}}{\text{ソ}}$$

で定める. a がすべての実数を動くとき, 関数 $g(a)$ は $a = \frac{\text{ツ}}{\text{ソ}}$ のときに

最大値 $\frac{\text{テ}}{\text{ソ}}$ をとる.

3. 実数全体で定義された関数

$$f(x) = x^3 - x$$

を考える.

(1) C を積分定数とするとき, $\int f(x) dx = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} x^{\boxed{\text{シ}}} - \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}} x^{\boxed{\text{ク}}} + C$ である.

(2) $\int_{-1}^1 f(x) dx = \boxed{\text{ハ}}$ である.

(3) 不等式 $f(x) \geq 0$ を満たす実数 x がとる値の範囲は

$$\boxed{\text{ヒフ}} \leq x \leq \boxed{\text{ヘ}} \quad \text{または} \quad x \geq \boxed{\text{ホ}}$$

であるから,

$$\int_{-1}^1 |f(x)| dx = \frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}}$$

である.

(4) $k > 1$ である実数 k が

$$\int_{-1}^k |f(x)| dx = \frac{3}{4}$$

を満たすとき, $k = \sqrt{\boxed{\text{ム}}}$ である.